

МОСКОВСКИЙ МЕЖДУНАРОДНЫЙ САЛОН ОБРАЗОВАНИЯ  
Конференция “Смешанное обучение и современные  
образовательные технологии”

# 3D в программе GeoGebra

Ксения Николаева,  
учитель математики  
ГБОУ Центра образования  
“Технологии обучения”

16 апреля 2016 г.

<http://www.geogebra.org/>

GeoGebra

Материалы Загрузки Базы Справка Войти

Проекты GeoGebra онлайн Загрузки

**GEOGEBRA**  
ГРАФИЧЕСКИЙ КАЛЬКУЛЯТОР ДЛЯ ФУНКЦИЙ,  
ГЕОМЕТРИИ, СТАТИСТИКИ И 3D ГЕОМЕТРИИ!  
**ДИНАМИЧЕСКАЯ МАТЕМАТИКА ДЛЯ  
УЧЕБЫ И ПРЕПОДАВАНИЯ**

#1 #2 #3

Ученики её любят, потому что... Учителя её любят, потому что... Школы её любят, потому что...

- многофункциональная
- кроссплатформенная
- развивающаяся
- многоязычная
- бесплатная
- off-line и on-line
- web-хранилище
- международное сообщество
- коллекционирование чертежей

# Для чего?

- Интерактивные демонстрации
- Практические задания
- Экспериментальное решение задач
- Лабораторные работы
- Математические развлечения
- ...

# Примеры интерактивных демонстраций

← GeoGebra

## Взаимное расположение сферы и плоскости

Рассмотрим сферу радиуса  $R$ . Пусть расстояние от центра сферы до плоскости равно  $d$ . Возможны три случая:  $d > R$ ,  $d = R$  и  $d < R$ .

- 1) Если расстояние от центра сферы до плоскости больше радиуса сферы ( $d > R$ ), то сфера и плоскость не имеют общих точек.
- 2) Если расстояние от центра сферы до плоскости равно радиусу сферы ( $d = R$ ), то сфера и плоскость имеют одну общую точку. Такая плоскость называется касательной плоскостью к сфере, а их общая точка — точкой касания плоскости и сферы. Можно доказать, что радиус сферы, проведенный в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен касательной плоскости. Обратное утверждение также верно: если радиус сферы перпендикулярен плоскости, проходящей через его концы, лежащей на сфере, то эта плоскость является касательной к сфере.
- 3) Если расстояние от центра сферы до плоскости меньше радиуса сферы ( $d < R$ ), то сфера и плоскость пересекаются по окружности радиуса  $r = \sqrt{R^2 - d^2}$ .

$d$  — расстояние от центра сферы до плоскости  
  $d$   
 $d = 3$   
 $R$  — радиус сферы  
  $R$   
 $R = 5$   
 $r$  — радиус сечения  
  $r$

← GeoGebra

## Сечения цилиндра

Рассмотрите сечения цилиндра различными плоскостями. Зелёные точки и "ползунок" можно двигать.

Осевое сечение  
 Сечение, перпендикулярное к оси  
 Сечение, параллельное оси  
 Сечение, пересекающее ось под острым углом  
 $\alpha = 60^\circ$

Если секущая плоскость содержит ось цилиндра, то сечение представляет собой прямоугольник, две стороны которого — образующие, а две другие — диаметры оснований цилиндра. Такое сечение называется осевым.

Если секущая плоскость перпендикулярна к оси цилиндра (параллельна основаниям), то сечением является круг, радиус которого равен радиусу цилиндра.

Если секущая плоскость параллельна оси и расстояние от этой плоскости до оси меньше радиуса цилиндра, то сечением является прямоугольник, две противоположные стороны которого — образующие цилиндра, а две другие — хорды оснований, не являющиеся диаметрами.

Если секущая плоскость пересекает ось цилиндра под острым углом, то сечением является эллипс или часть эллипса.

← GeoGebra

## Понятие конуса

Рассмотрим окружность  $L$  с центром  $O$  (1) и прямую  $OP$  (2), перпендикулярную к плоскости  $\alpha$  этой окружности. Через точку  $P$  и каждую точку окружности проведём прямую (3). Поверхность, образованная этими прямыми, называется конической поверхностью (4), а сами прямые — образующими конической поверхности. Точка  $P$  называется вершиной, а прямая  $OP$  — осью конической поверхности.

1)  
 2)  
 3)  
 4)  
 5)

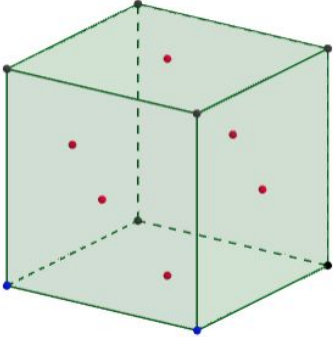
Тело, ограниченное конической поверхностью и кругом с границей  $L$ , называется конусом (5). Круг называется основанием конуса, вершина конической поверхности — вершиной конуса, отрезок образующей, заключённый между вершиной и основанием, — образующим конуса, а образованная ими часть конической поверхности — боковой поверхностью конуса. Ось конической поверхности называется осью конуса, а её отрезок, заключённый между вершиной и основанием, — высотой конуса. Все образующие конуса равны друг другу.

# Примеры практических заданий

← GeoGebra

## Многогранник с вершинами в центрах граней куба

На чертеже изображён куб и построены центры его граней. Вращая чертёж, можно разобраться, на каких гранях лежат точки.  
Какой многогранник получится, если соединить центры соседних граней отрезками? (Соседние грани – грани с общим ребром).



The screenshot shows the GeoGebra interface with a 3D view of a cube. The cube is light green with black edges. Red dots are placed at the center of each of the six faces. The top and bottom faces are shaded. The interface includes a toolbar with icons for selection, line, polygon, and rotation, and navigation buttons for back, forward, and refresh.

← GeoGebra

## Дострой изображение

Дострой изображение до параллелепипеда.



The screenshot shows the GeoGebra interface with a 2D grid. Two diagrams are shown for completion. Diagram a) shows a partial 3D structure with a horizontal line, a vertical dashed line, and a diagonal line. Diagram б) shows a partial 3D structure with a horizontal dashed line, a vertical dashed line, and a diagonal line. The interface includes a toolbar with icons for selection and line, and navigation buttons for back, forward, and refresh.

# Примеры экспериментального решения задач

← GeoGebra

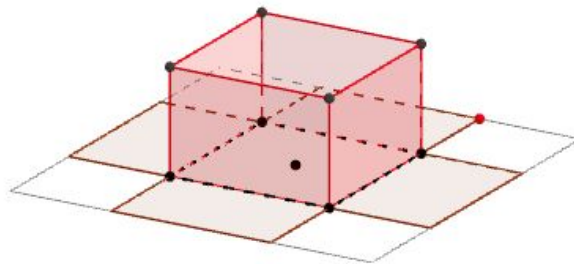
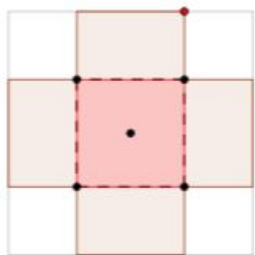
## Объём коробки

Дан квадратный лист жести со стороной  $a$ .  
В его углах вырезают одинаковые квадраты  
со стороной  $x$ , загибая края по пунктирным  
линиям, делают коробку. При каких размерах  
вырезаемых квадратов объём будет наибольшим?

Сторона квадратного листа  $a \approx 7.07$   
Сторона вырезаемого квадрата  $x \approx 1.98$   
Объём коробки  $\approx 19.2$

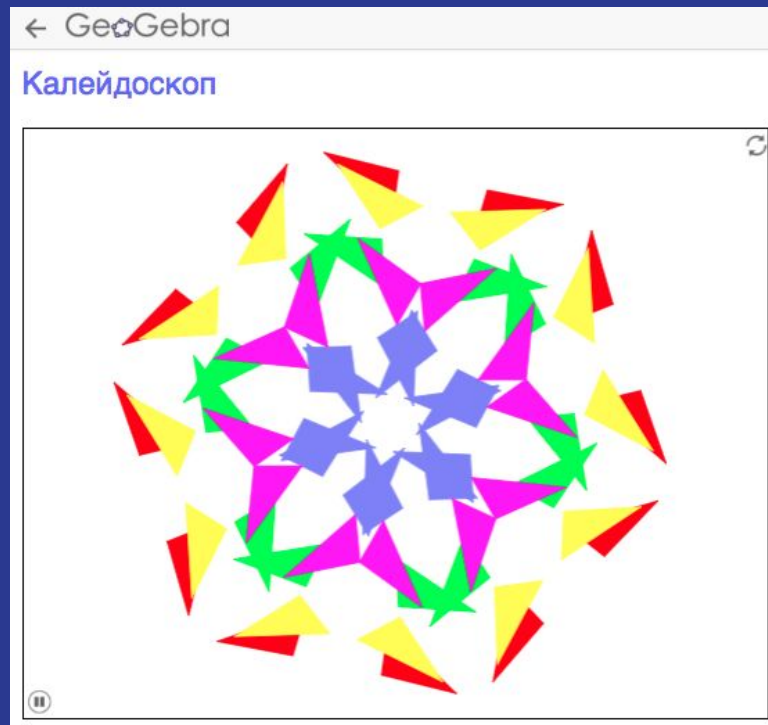
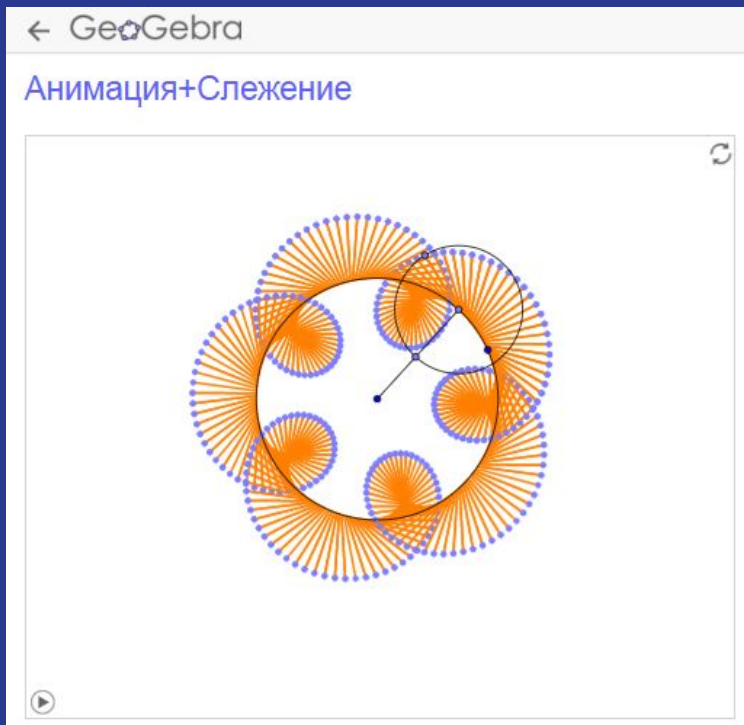
$$\frac{a}{x} \approx 3.58$$

Красную точку можно двигать.

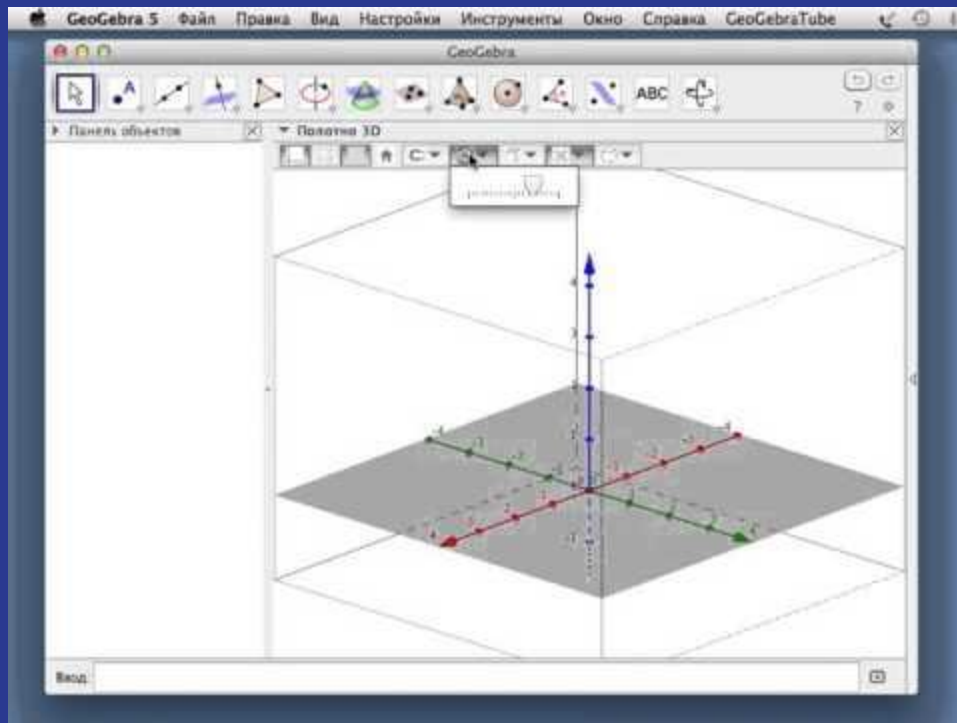


Иллюстрацию к задаче сделал Сергей Малафеев (11 класс).  
2014 г.

# Примеры развлекательных сюжетов

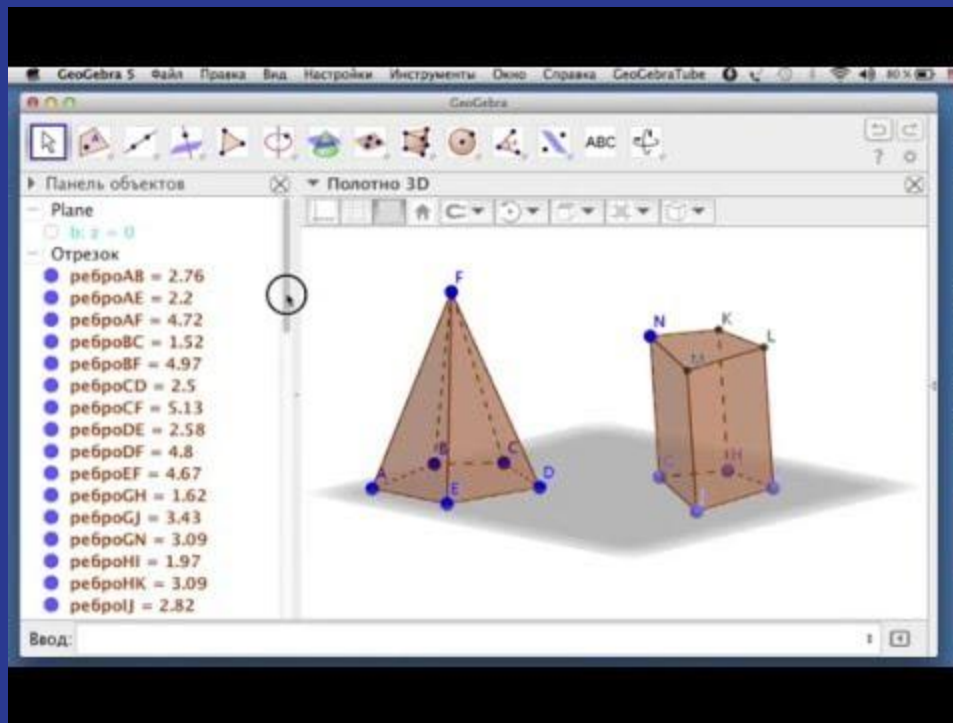


# Настройки 3D полотна

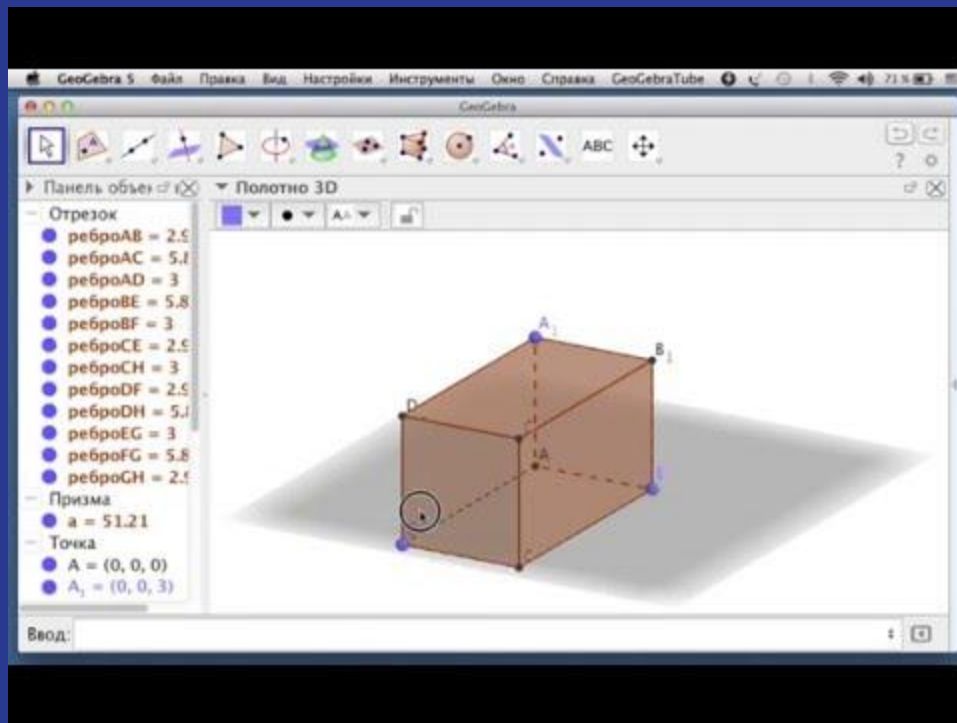




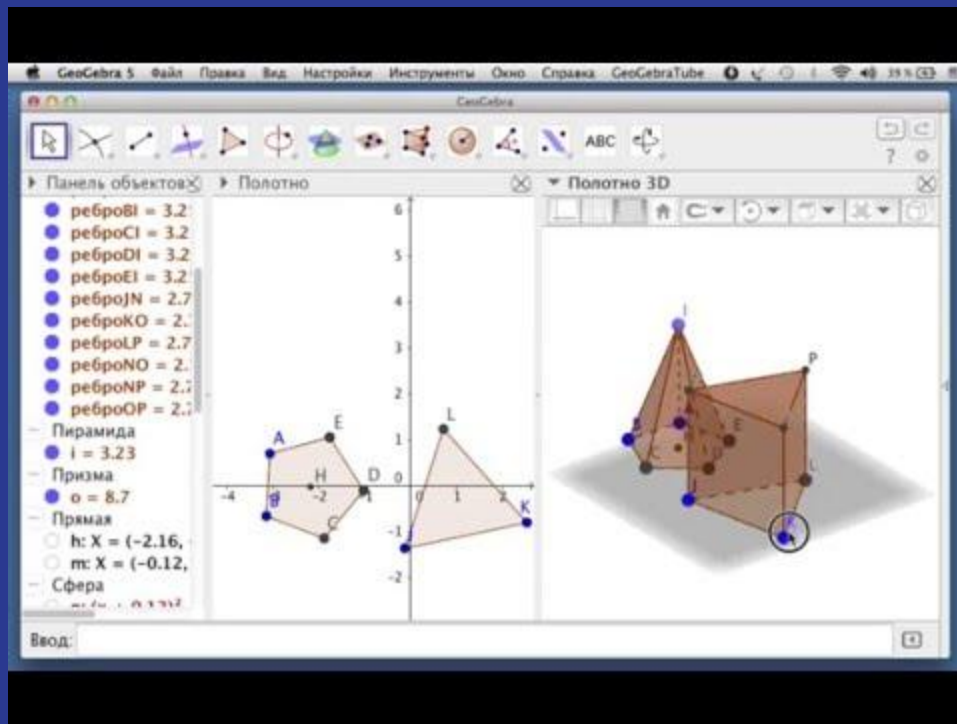
# Произвольные пирамида и призма



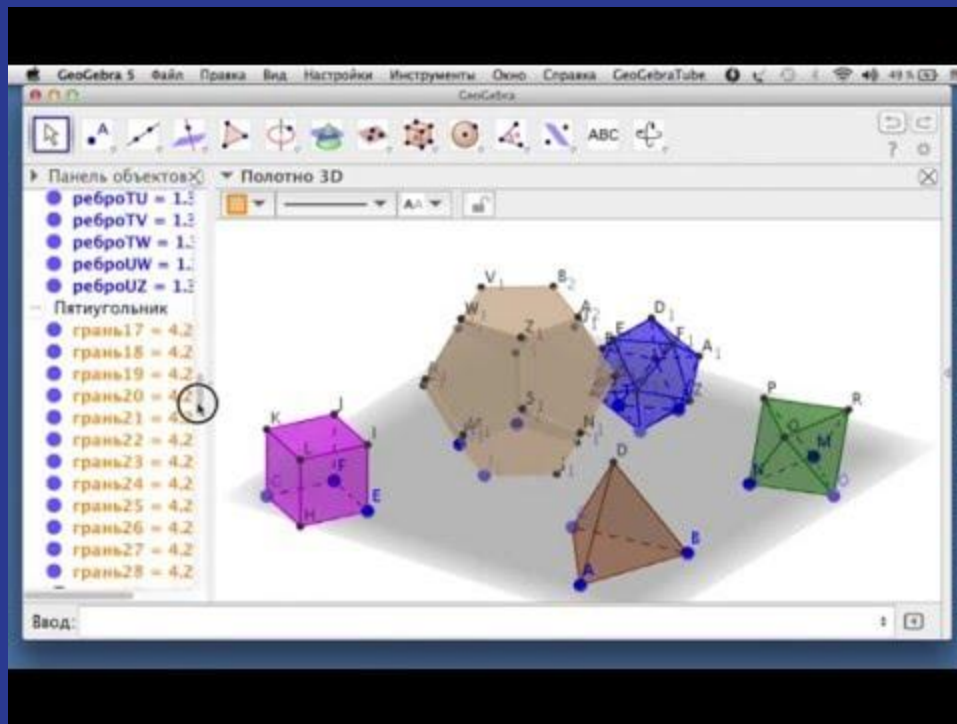
# Прямоугольный параллелепипед



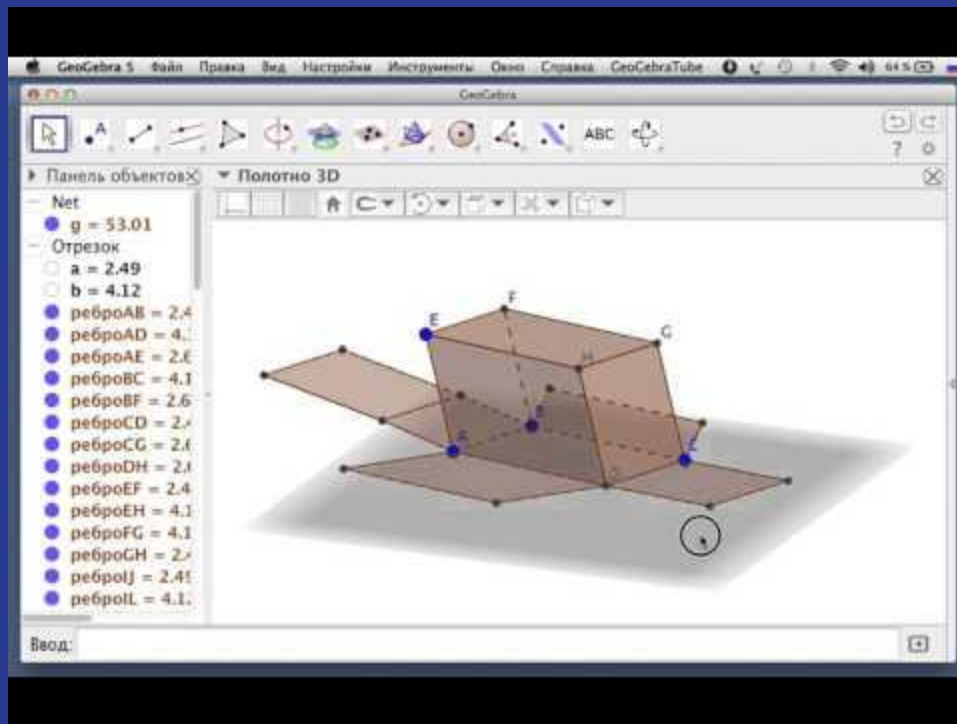
# Правильные пирамида и призма



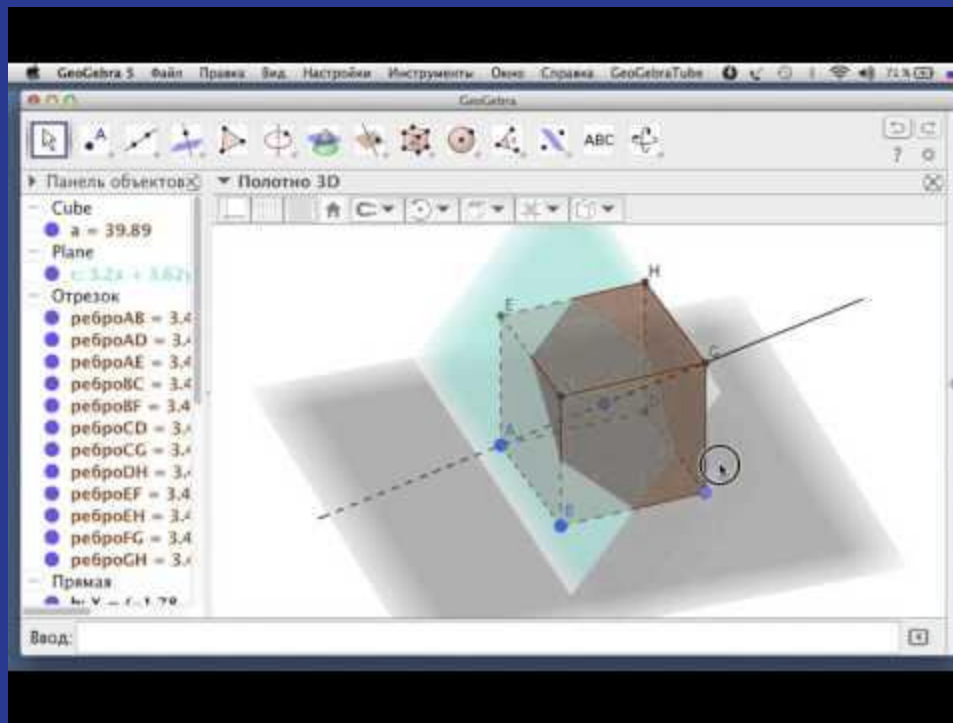
# Правильные многогранники



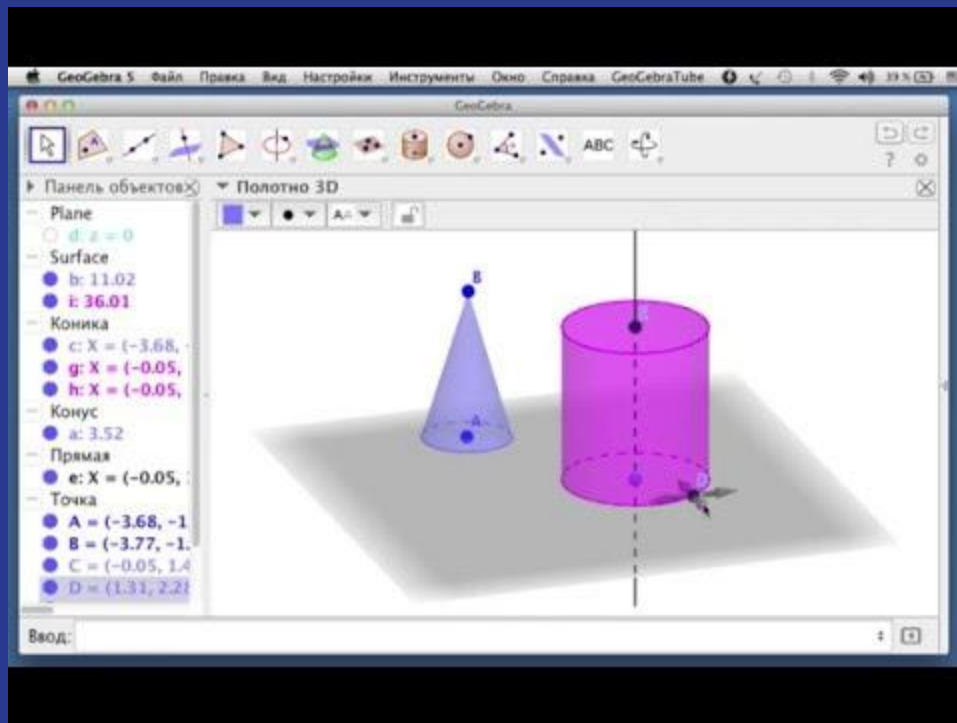
# Развёртка многогранника



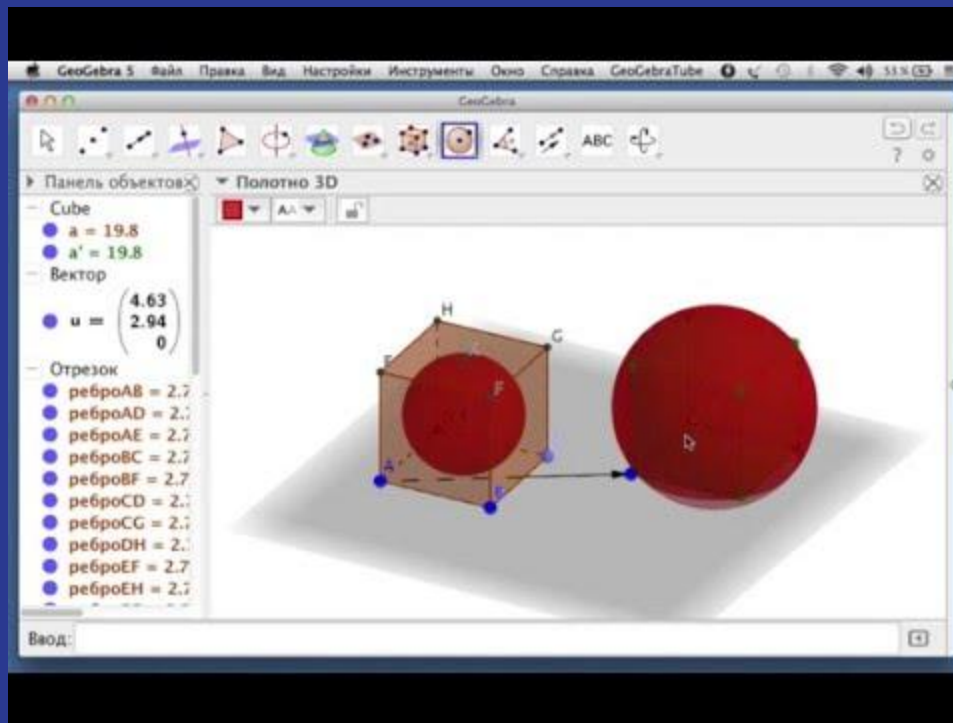
# Сечения и выносные чертежи



# Конус и цилиндр

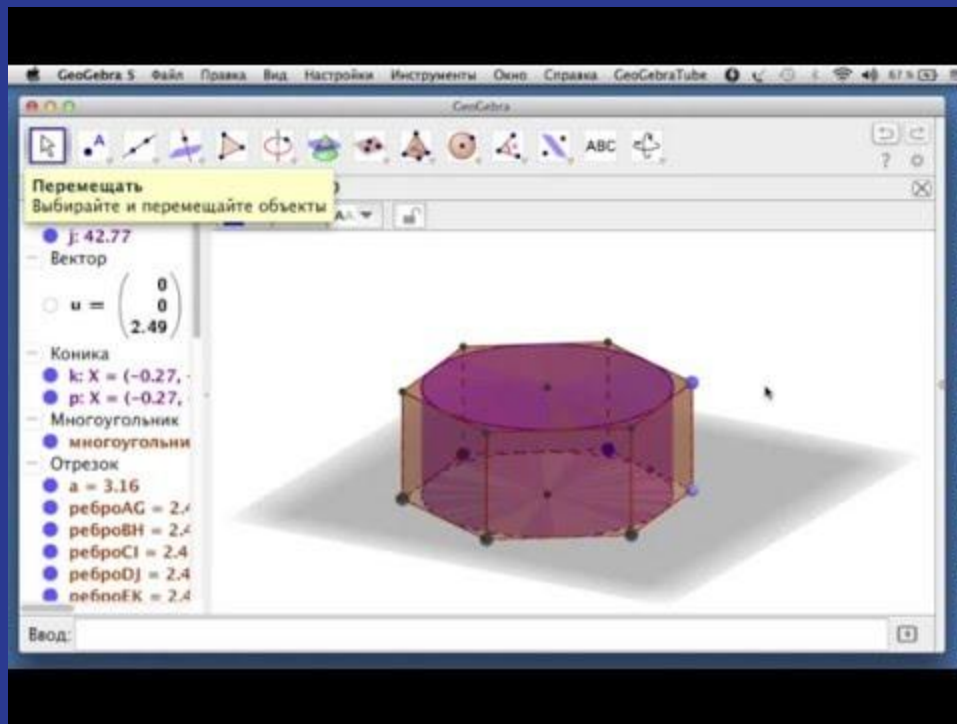


# Комбинации тел: куб и сфера

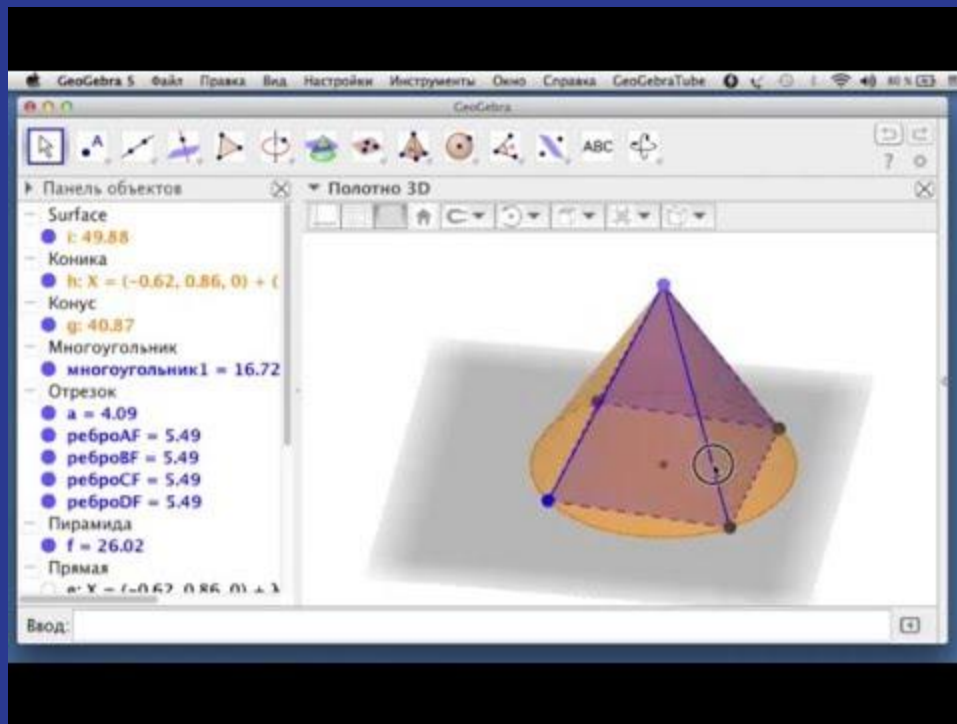




# Комбинации тел: призма и цилиндр



# Комбинации тел: пирамида и конус



# Обратная связь

e-mail: [nikolaeva@i.home-edu.ru](mailto:nikolaeva@i.home-edu.ru)

короткий адрес презентации: <https://goo.gl/Ld3fXB>